

1 Od svega po malo

1.1 Kardinalnost

1. Dokazati da je skup prirodnih brojeva beskonačan skup.
2. Dokazati da su skup celih brojeva i skup prirodnih brojeva ekvivalentni skupovi.
3. Ako su skupovi A i B prebrojivi, tada je i njihova unija prebrojiv skup. Dokazati.
4. Dokazati da su skupovi $A = (0, 1) \times (0, 1)$ i $B = (0, 1)$ ekvivalentni.

1.2 Apsolutne vrednosti

1. Rešiti sledeću jednačinu u skupu realnih brojeva:

$$|x - 1| + |x + 2| = 1.$$

2. U skupu realnih brojeva rešiti jednačinu

$$|||x| + x| + x| + x| + x| = 2015.$$

3. Rešiti sledeće nejednačine sa apsolutnim vrednostima u skupu realnih brojeva:

a) $\left| \frac{5x + 2}{2x - 3} \right| \geq 3;$

b) $|x^2 - x| - |x| < 1;$

c) $||x + 1| - |x - 1|| < 1.$

4. Odrediti realan parametar λ tako da nejednačina važi za sve vrednosti nepoznate x :

$$\left| \frac{(\lambda + 2)x}{x^2 - x + 1} \right| < 1.$$

1.3 Binomna formula

1. Dokazati sledeće jednakosti, gde je $n \in \mathbb{N}$ i $0 \leq k \leq n$:

a) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k};$

b) $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1};$

c) $n \binom{2n}{n} = (n+1) \binom{2n}{n+1};$

d) $\binom{n-p}{q} \cdot \binom{n}{p} = \binom{n-q}{p} \cdot \binom{n}{q}$, gde su $0 \leq p, q < n$.

2. Odrediti koeficijent uz x^8 u razvoju binoma $(x + 3)^{12}$.

3. Odrediti koeficijent uz x^7 u razvoju binoma $(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x})^{12}$.

4. Odrediti celobrojne stepene promenljive x u razvoju binoma $(\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[3]{x})^{10}$.